

GENERALIZAÇÃO DO MODELO E DO TEOREMA DE HECKSCHER-OLHIN(1)

Introdução

A generalização do teorema de Heckscher-Ohlin (**HO**) tem duas versões: a versão "*commodity content*" ou versão em cadeia de Jones-Bagwati-Deardorff - um país exporta os bens que utilizam intensivamente os factores relativamente abundantes nesse país - e a versão "*factor content*" de Vanek-Melvin-Bertrand - um país exporta os serviços dos factores relativamente abundantes no país e importa os serviços dos factores relativamente escassos no país.

A primeira generalização da versão "commodity" foi feita por Jones(1956) para n bens, 2 factores e 2 países e é conhecida pela versão em cadeia: a ordenação dos bens segundo o rácio capital-trabalho duplicaria a ordenação segundo os preços relativos autárquicos (vantagem comparativa) de molde que as exportações do país abundante em capital seriam todas capital-intensivas relativamente a todas as suas importações. As condições da procura determinariam o ponto onde a cadeia era cortada: de um lado ficavam as exportações e do outro as importações de cada país. Bhagwati (1972) demonstrou que a versão em cadeia não era válida para a hipótese de igualização dos preços dos factores e Deardorff (1979) fez a generalização da versão em cadeia para n países sob a hipótese de não igualização dos preços dos factores e no quadro de relações bilaterais. Deardorff (1980) e Dixit e Norman (1980) fizeram a generalização para qualquer número de factores com base na *Lei da Vantagem Comparativa*. Nesta generalização o teorema é válido com e sem igualização dos preços dos factores, mas só como proposição fraca: em *média* os países tendem a exportar os bens que utilizam intensivamente os factores relativamente abundantes (ou seja os bens em que detêm vantagem comparativa) e a importar os bens que utilizam intensivamente os factores relativamente escassos no país. Assim, não se pode garantir que um país exporta todos os bens em que detêm vantagens comparativas (preços relativos autárquicos mais baixos do que os do seu parceiro comercial) nem que detém desvantagens comparativas em todos os bens importados.

(1) Os outros teoremas do modelo também foram generalizados, embora tenham merecido menos atenção. Como vimos no Caderno 1, $Q=A^{-1}E$ ou $^{\wedge}Q=\lambda^{-1}\hat{E}$ e $W=A^{-1}P$ ou $^{\wedge}W=\theta^{-1}\hat{P}$ havendo uma relação entre A^{-1} e λ^{-1} entre A^{-1} e θ^{-1} . Assim a generalização dos teoremas depende essencialmente dos sinais dos elementos das inversas de λ e de θ e logo dos sinais dos elementos de A^{-1} . Quando o número de bens é superior ou inferior ao número de factores as matrizes A , λ e θ não são invertíveis e a verificação dos teoremas é mais problemática: tudo depende das propriedades da matriz A que se têm de postular. Ver sobre esta questão Samuelson(1953-54), Gale e Nikaido (1956), Chipman (1969), Uekawa (1971), Inada (1971), Uekawa, Kemp and Wegge (1972), Jones and Scheinkman (1977), Dixit and Woodland (1982), Jones e Easton (1977) e como survey Ethier (1984).

Em Faustino(1989b) abordamos a generalização destes teoremas no contexto do modelo dos factores específicos. *Note-se que neste PDF alterámos a numeração das notas.*

Por isso, não é possível prever na base só dos preços autárquicos a exacta composição do comércio produto a produto, mas *em média* (o sinal da correlação é o mesmo do da covariância e esta é uma média) preços autárquicos baixos estão associados a exportações e preços autárquicos elevados estão associados a importações: há uma correlação negativa entre as exportações líquidas e a diferença nos preços relativos autárquicos.

Deardorff (1982) utilizou o conceito de covariância entre três variáveis - exportações líquidas, intensidade factorial e abundância relativa - e com base na Lei da Vantagem Comparativa, generalizou o teorema, nas suas duas versões, para qualquer número de bens, factores e países, com e sem igualização dos preços dos factores.

Quanto à *versão conteúdo de factores* surge porque, como escreve Vanek (1968,p.749),"It will be recalled that the usual way of stating the Heckscher-Ohlin Theorem involves relative factor-endowments on the one hand, and relative factor-intensities of products on the other; and it is the later that cause all the trouble when more than two factors are considered". A solução dada por Vanek (1968) e Melvin (1968) pensa o comércio em termos de troca de capacidade produtiva: os bens são o envelope dos factores e a análise é conduzida em termos de conteúdo de factores do comércio e não de estrutura do comércio dos bens. Colmatavam-se, assim, as insuficiências da versão em cadeia de Jones.

1 - Versão em cadeia

"Ordering the commodities with respect to the capital- labour ratios employed in production is to rank them in order of comparative advantage. Demand conditions merely determine the dividing line between exports and imports; it is not possible to break the chain of comparative advantage by exporting, say, the third and fifth commodities and importing the fourth when they are ranked by factor intensities." (Jones 1956-57,p.6)

Considerando: dois factores, Capital (K) e Trabalho (L); dois países ,A e B; cinco bens cujo preço é P_j , $j = 1, \dots, 5$; w a remuneração do trabalho e r a do capital; a abundância relativa de factores é dada em valor, w/r ; K/L dá-nos a intensidade capitalística. Considerando ainda que não há o fenómeno da reversibilidade das intensidades factoriais e que temos:

$$(w/r)_A > (w/r)_B \quad (1)$$

$$(K/L)_1 > (K/L)_2 > (K/L)_3 > (K/L)_4 > (K/L)_5 \quad (2)$$

$$(P_1)_A/(P_1)_B < (P_2)_A/(P_2)_B < (P_3)_A/(P_3)_B \\ < (P_4)_A/(P_4)_B < (P_5)_A/(P_5)_B \quad (3)$$

Assim, o país A é relativamente abundante em capital e o país B em trabalho. Há uma correspondência entre o ranking dos bens segundo os rácios capital-trabalho e o ranking segundo os custos ou preços relativos. Como Jones afirma não é possível que o país A exporte os bens 1 e 3 e importe o 2: o padrão de comércio não estava de acordo com o ranking dos bens segundo a intensidade factorial porque o país A importava um bem mais capital-intensivo de que um dos bens exportados. A mesma conclusão de incompatibilidade decorreria se considerassemos a exportação (importação) de um bem cuja intensidade capitalística estivesse compreendida entre as duas dos bens importados (exportados).

Assim, quebrada a cadeia num único ponto as exportações dos dois países ficarão todas em dois segmentos distintos. Segundo o teorema de Heckscher-Ohlin é a dotação relativa de factores que determina em que parte da cadeia estão as exportações de um país.

A demonstração analítica da versão em cadeia é a seguinte:

Sejam as funções de produção dos bens X, Y e Z :

$$X = F(K_x, L_x) \quad (4)$$

$$Y = G(K_y, L_y) \quad (5)$$

$$Z = H(K_z, L_z) \quad (6)$$

Se as funções forem produzidas com rendimentos constantes à escala temos:

$$\alpha x = F(\alpha K, \alpha L) \quad \text{o mesmo sucedendo para y e z.}$$

fazendos $\alpha = 1/L$ vem:

$$X/L = f(K/L, 1) = f(k_x) \quad \text{ou} \quad X = L f(k_x) \quad (7)$$

$$Y/L = g(K/L, 1) = g(k_y) \quad \text{ou} \quad Y = L g(k_y) \quad (8)$$

$$Z/L = h(K/L, 1) = h(k_z) \quad \text{ou} \quad Z = L h(k_z) \quad (9)$$

Por outro lado, a partir de (7),

$$\delta X/\delta L_x = f(k_x) + L f'(k_x) k'_x, \text{ como } k_x = (K/L)x \text{ vem } k'_x = \delta K_x/\delta L = -K/L^2$$

$$\delta X/\delta L_x = \frac{f(k_x) - K/L f'(k_x)}{= f(k_x) - k_x f'(k_x)} \quad (10)$$

$$\text{e } \delta X/\delta K_x = L f'(k_x) k'_x = f'(k_x) \quad (11)$$

Do mesmo modo temos, a partir de (5) e (6),

$$\delta Y/\delta L_y = g(k_y) - k_y g'(k_y) ; \delta Y/\delta K_y = g'(k_y) \quad (12)$$

$$\delta Z/\delta L_z = h(k_z) - k_z h'(k_z) ; \delta Z/\delta K_z = h'(k_z) \quad (13)$$

Como a afectação óptima dos recursos implica que o preço dos factores iguale a sua produtividade marginal temos:

$$\begin{aligned} w/r &= [f(k_x) - k_x f'(k_x)] / f'(k_x) \\ &= [g(k_y) - k_y g'(k_y)] / g'(k_y) \\ &= [h(k_z) - k_z h'(k_z)] / h'(k_z) \end{aligned} \quad (14)$$

Por outro lado ainda, e com vista a deduzirmos os preços relativos dos bens a partir das produtividades marginais dos factores, temos, a partir de (4) e (5),

$$dX = (\delta X/\delta K_x) dK_x + (\delta X/\delta L_x) dL_x \quad (15)$$

$$dY = (\delta Y/\delta K_y) dK_y + (\delta Y/\delta L_y) dL_y \quad (16)$$

Tendo em conta que devido à hipótese de pleno emprego dos factores,

$$L = L_x + L_y$$

$$K = K_x + K_y$$

e que a oferta de factores é limitada, logo,

$$\begin{aligned} dL = dL_x + dL_y = 0 & \quad dL_x = -dL_y \\ \Rightarrow \\ dK = dK_x + dK_y = 0 & \quad dK_x = -dK_y \end{aligned}$$

dividindo (15) por (16), vem,

$$dX/dY = (\delta X/\delta K_x) dK_x [1+(\delta X/\delta L_x)/\delta X/\delta K_x] (dL_x/dK_x) /$$

$$/[(\delta Y/\delta K_y)(-dK_y)[1+(\delta Y/\delta L_y)/(dY/dK_y)(dL_y/dK_y)]$$

$$= - (\delta X/\delta K_x) dK_x [1+(TMST_{L,K})_X (dL_x/dK_x)] /$$

$$/ (\delta Y/\delta K_y) dK_y [1+(TMST_{L,K})_Y (dL_y/dK_y)]$$

ou seja,

$$dX/dY = - (\delta X/\delta K_x) / (\delta Y/\delta K_y) \quad (17)$$

porque as Taxas Marginais de Substituição Técnicas (TMST) são iguais nas duas indústrias.

Como a Taxa Marginal de Transformação de X em Y ($TMT_{X,Y} = -dX/dY$) nos dá a inclinação da curva fronteira de possibilidades de produção e em equilíbrio $-dX/dY = p_Y/p_X$ ¹ temos :

$$P_Y/P_X = (\delta X/\delta K_x) / (\delta Y/\delta K_y) = f'(k_x)/g'(k_y) \quad (18)$$

Note-se que podíamos, também, ter posto $(\delta X/\delta L_x)dL_x$ e $(\delta Y/\delta L_y)dL_y$ em evidência nas equações (15) e (16) e nesse caso vinha

$$P_Y/P_X = (\delta X/\delta L_x) / (\delta Y/\delta L_y) = f(k_x)-k_x f'(k_x) / g(k_y)-k_y g'(k_y) \quad (19)$$

ou seja, em equilíbrio o preço relativo dos bens Y e X é-nos sempre dado pelo rácio dos produtos marginais do mesmo factor utilizado em X e Y, de modo que o aumento do preço relativo de um bem está directamente relacionado com a diminuição relativa da produtividade marginal física dos factores utilizados nesse bem.

A partir de (18) e derivando em ordem a k_y temos:

$$d(P_Y/P_X)/dk_y = [f'' g' (dk_x/dk_y) - g'' f'] / (g')^2 \quad (20)$$

¹ Uma forma de determinar a $TMT_{X,Y}$ é a seguinte: Seja $Y = P_X X + P_Y Y$, o valor do produto nacional. Logo $dY = P_X dX + P_Y dY$. Em equilíbrio temos $dY=0$, ou seja, um aumento de X implica diminuição de Y e vice-versa. Assim, fazendo $dY=0$ retira-se $dX/dY = -P_X/P_Y$, logo $-dX/dY = P_Y/P_X$.

ou seja, o preço relativo dos bens é uma função inversa do rácio K/L utilizado na sua produção.

Interessa-nos expressar dk_x/dk_y em termos de g e f . Diferenciando (14) temos:

$$d(f-kf') f' - df'(f-kf') / (f')^2 = d(g-kg')g' - dg'(g-kg) / (g')^2$$

Depois de desenvolver e simplificar vem:

$$f' df - (f')^2 dk_x - f df' / (f')^2 = g' dg - (g')^2 dk_y - f df' / (g')^2$$

Como,

$df = f' dk_x$, $df' = f'' dk_x$ e $dg = g' dk_y$, $dg' = g'' dk_y$, substituindo vem:

$$dk_x/dk_y = (f')^2 g g'' / (g')^2 f f'' \quad (21)$$

Substituindo em (20) encontramos:

$$d(P_y/P_x) / dk_y = [(f')^2 g g'' / g' f] - g'' f' / (g')^2 \quad (22)$$

Por outro lado, a partir de (14) nós temos:

$$(f/f') - k_x = (g/g') - k_y = (h/h') - k_z \quad (14')$$

de onde se tira,

$$(g/g') = (f/f') + k_y - k_x \quad (23)$$

substituindo (23) em (22) obtemos:

$$d(P_y/P_x) / dk_y = [(f')^2 g'' / f (g')^2] (k_y - k_x) \quad (24)$$

Como $g'' < 0$ devido à produtividade marginal ser decrescente temos que

$d(P_Y/P_X) / dk_Y < 0$ se o bem Y for capital-intensivo.

Como os bens Y e X foram tomadas arbitrariamente podemos generalizar para qualquer número de bens .Assim:

$$d(P_i/P_j) / dk_i < 0 \text{ se } k_i > k_j \quad (25)$$

Assim:

Se $(P_1/P_2)A < (P_1/P_2)B$ então $(K/L)_1 > (K/L)_2$; da mesma forma

Se $(P_2/P_3)A < (P_2/P_3)B$ então $(K/L)_2 > (K/L)_3$

e assim sucessivamente para os n bens e independentemente das condições da procura- que só é necessária para separar as importações das exportações.

Acerca da proposição de Jones escreveu Bhagwati (1972) "It is easy to show, however, that this proposition, although correct for the case where factor price are *not* equalized, is untenable as literally stated. When factor price equalization is realized, a not unimportant case, a variety of crisscrossings are possible." A demonstração é feita geometricamente, utilizando a definição física de abundância relativa de factores, ou seja, $(K/L)_A > (K/L)_B$.

Considerando que *os preços dos factores são igualizados* pelo comércio internacional temos $(w/r)_A = (w/r)_B$.

Considerando, também, que a ordenação dos bens segundo o rácio capital-trabalho é $(K/L)_1 > (K/L)_2 > (K/L)_3 > (K/L)_4$, temos:

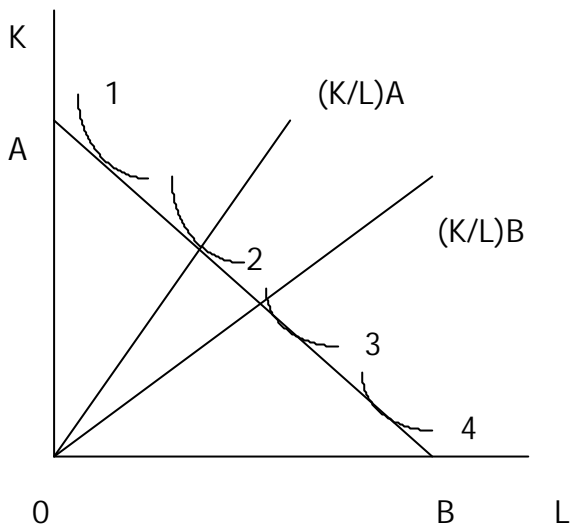


Fig. 1- A versão em cadeia não se verifica com igualização dos preços dos factores

O rácio dos preços dos factores comum aos dois países, w/r , é dado pela inclinação da recta AB. Considerando qualquer dos bens temos que o custo da sua produção pode ser medido tanto em trabalho como em capital desde que conheçamos os preços dos factores.

Assim, Q_1 unidades do bem 1 custam OB unidades de trabalho ou OA unidades de capital ². Como para qualquer dos outros bens temos um custo idêntico a diferença está nas diferentes quantidades dos vários bens. Conhecidas as quantidades de produção representadas pelas isoquantas é fácil determinar o preço relativo dos bens associado ao rácio dos preços dos factores. Assim, a partir de $P_1Q_1 = P_2Q_2$ tiramos que $P_1/P_2 = Q_2/Q_1$. No nosso caso (Fig. 1) temos isoquantas unitárias e $P_i/P_j = Q_j/Q_i = 1$, com $i, j = 1, 2, 3, 4$.

Nesta situação qualquer padrão de comércio é possível desde que respeite a condição de especialização incompleta (condição necessária à igualização dos preços dos factores) e da dotação factorial ser uma média ponderada da intensidade factorial dos sectores. Assim, suponhamos que o país A produz e exporta os bens 1 e 3 e importa de B os bens 2 e 4 : nem todas as exportações do país abundante em capital são capital-intensivas relativamente às suas importações. Deste modo *a cadeia dos bens segundo a intensidade factorial não determina o padrão de comércio segundo as vantagens comparativas*.

Deardorff(1979) faz a demonstração da versão em cadeia - modelo com 2 factores, 2 países e n bens para a *hipótese de não igualização dos preços dos factores* e utilizando a *definição económica* de abundância relativa de factores³

² Ver Faustino(1989a, Anexo III) para melhor compreensão da relação entre os preços relativos dos bens e dos factores.

³ Sobre o conceito de abundância relativa de factores ver Faustino (1989a , p. 2).

Assim, demonstrou que os produtos mais capital-intensivos só podiam ser produzidos e exportados pelo país abundante em capital (país com o rácio w/r maior) , ou seja, *o padrão de comércio estava de acordo com a ordenação dos bens segundo a sua intensidade factorial*.

A demonstração geométrica é a seguinte:

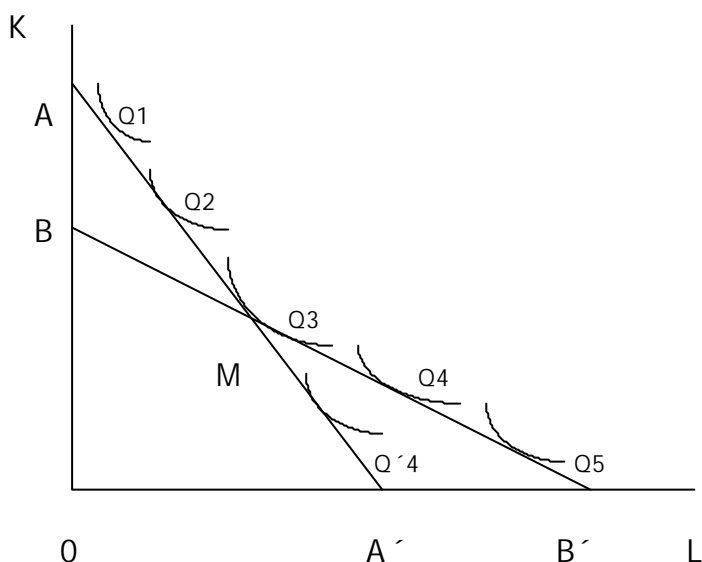


Fig. 2- A versão em cadeia verifica-se se não houver igualização dos preços dos factores pelo comércio

AA' e BB' são rectas de isocusto unitárias ($rK + wL = 1$) cuja inclinação nos dá $(w/r)A$ e $(w/r)B$, respectivamente. Por outro lado, Q_1 , Q_2 , Q_3 , e Q_4 são isoquantas de valor unitário⁴. Como $(w/r)A > (w/r)B$, o país A é abundante em capital e o país B em trabalho. Devido à condição de equilíbrio na produção a isocusto é tangente às isoquantas em cada país. Por hipótese, em situação de comércio os preços dos factores continuam diferentes para os dois países, como se passava em situação de autarcia.

Repare-se que o país B não pode produzir e exportar bens cujas isoquantas de valor unitário fossem tangentes à isocusto no segmento BM , o mesmo sucedendo para o país A no segmento MA' . Isso pode ser exemplificado através da isoquanta Q'_4 : o bem 4 não pode ser exportado por A porque isso implicaria que o seu preço fosse inferior ou pelo menos igual ao que vigora no país B. Ora com o mesmo custo unitário B podia produzir um valor de Q_4 superior á unidade (Q_4 está mais afastada da origem do que Q'_4), o que acarretava um lucro positivo

⁴ Para uma explicação mais detalhada sobre a relação entre os preços dos factores e dos bens através do diagrama de Lerner, ver Faustino (1989a, Anexo III).

para B, o que é impossível numa situação de equilíbrio. Logo a situação para A não seria de equilíbrio.

Assim, é evidente através da fig.2 que a estrutura do comércio está de acordo com a cadeia das intensidades factoriais: os bens Q_1 e Q_2 , os mais capital-intensivo são produzidos e exportados pelo país abundante em capital, A, e os bens mais trabalho-intensivos Q_4 e Q_6 são produzidos e exportados pelo país mais abundante em trabalho. O bem Q_3 pode ser produzido e exportado por ambos os países.

Em conclusão, se os preços dos factores não são igualizados pelo comércio todas as exportações do país abundante em capital são mais capital-intensivas que todas as suas importações.

Deardorff (1979) faz, também, a generalização a n países sob hipótese de não igualização dos preços dos factores. A cadeia dos rácios capital-trabalho é dividida em segmentos, um para cada país, que são ordenados segundo a abundância relativa por países: quanto maior a dotação relativa mais elevada a intensidade capitalística dos bens incluídos no segmento. Cada país exporta os bens que pertencem ao seu segmento e importa todos os bens que não pertencem ao seu segmento. Nos pontos de divisão da cadeia pode suceder que dois países tenham o mesmo custo na produção do mesmo bem que pode ser exportado por ambos. Daí a proposição de que *as exportações de um país devem ser, pelo menos, tão capital-intensivas como as exportações de todos os países menos abundantes em capital e, pelo menos, tão trabalho-intensivas como as exportações de todos os países menos abundantes em trabalho* (p. 206)

Deardorff considerou ainda a inclusão dos consumos intermédios na função de produção - as isoquantas representam não o valor da produção, mas o valor acrescentado bruto - continuando a ser válida a cadeia da vantagem comparativa segundo as intensidades factoriais se os preços dos factores não forem igualizados.

2 - Versão conteúdo de factores: o modelo de Vanek

Na versão "factor-content" não se analisa directamente a estrutura do comércio dos bens. Assim, não se pretende explicar a variável T

(exportações líquidas dos bens), mas a variável AT (exportações líquidas dos factores). Como a variável explicada é AT a intensidade factorial é medida em relação a ela. Assim, considerando dois factores, g e h , temos que $A_g T/A_h T$ nos

dá exportações líquidas de factores em termos relativos ou, a intensidade factorial das exportações líquidas. Se $A_g T > O$ o factor g é exportado em termos líquidos; se $A_h T < O$ o factor h é importado em termos líquidos. Considerando que $g = K$ e $h = L$, podemos apresentar a intensidade factorial da seguinte forma: $(K_x - K_m)/(L_x - L_m)^5$

A versão conteúdo de factores deve-se ao trabalho de Vanek (1968) e de Melvin (1968). Como a versão de Leamer (1980) e de Leamer e Bowen (1981) é mais acessível decidimos segui-la. O modelo na sua formulação original encontra-se no Anexo1. No Anexo 2 apresentamos o modelo de Vanek utilizando a simbologia de Leamer(1980) e com uma especificação das equações diferente.

No modelo original de Vanek o teorema de **HO** verifica-se sob a hipótese de igualização dos preços dos factores. No entanto, Bertrand(1972) e Brecher e Choudri (1982)) demonstraram que o teorema de **HO** se verifica, também, sob a hipótese de não igualização dos preços dos factores

2.1- O modelo de Vanek na versão de Leamer e Bowen

Em relação ao modelo original de Vanek temos as seguintes diferenças: **(i)** Vanek apresenta o conteúdo de factores do comércio em valor ao passo que Leamer e Bowen o apresentam em termos físicos; **(ii)** Vanek utiliza a dotação de factores do país, E , e do resto do mundo, $E_w = E_w - E$, ao passo que Leamer e Bowen utilizam E e E_w (dotação mundial); **(iii)** embora Vanek tenha considerado, nas hipóteses, n bens e m factores fez a demonstração do teorema considerando $m=n$ (a matriz dos preços dos factores, w , é de ordem n por n), ao passo que Leamer e Bowen consideram n bens e m factores.

As hipóteses do modelo são as mesmas do modelo de base de HO, (Ver Faustino 1989a, p. 2), mais a hipótese de igualização dos preços dos factores.

Definições:

T_i - vector n por 1 das exportações líquidas do país i ;

E_i - vector n por 1 da dotação em factores do país i ;

$E_w = \sum E_i$, com $i = 1, 2, \dots, I$ - vector m por 1 da dotação mundial de factores;

⁵ No modelo de base, sob certas condições, o critério $K_x - K_m > 0 > L_x - L_m$ é idêntico ao critério de Leontief, $(K/L)_x > (K/L)_m$, ou seja, o país é um exportador líquido dos serviços do capital (e um importador líquido dos serviços do trabalho) e as suas exportações são capital- intensivas relativamente às suas importações(sobre esta questão, ver Faustino 1989a,pp. 8-9).

A_i - matriz m por n dos coeficientes técnicos no país i; a_{ij} é a quantidade do factor i por unidade de produto j; a matriz A é igual, por hipótese, para todos os países;

Q_i - vector n por 1 dos bens produzidos no país i;

$Q_w = \sum Q_i$ - vector n por 1 dos bens produzidos a nível mundial;

C_i - vector n por 1 dos bens consumidos no país i;

Y_i - produto ou rendimento nacional do país i;

$Y_w = \sum Y_i$ - produto ou rendimento mundial;

B_i - saldo da balança comercial do país i;

P - vector n por 1 dos preços dos bens;

s_i - parâmetro que nos dá a relação entre o consumo nacional e o consumo mundial.

Identities:

$$A_i Q_i = E_i \quad (26)$$

ou seja, a procura de factores é idêntica à sua oferta;

$$T_i = Q_i - C_i \quad (27)$$

ou seja, a produção só tem dois destinos: a exportação e o consumo.

Equação de Heckscher-Ohlin-Vanek:

$$A T_i = E_i - s_i E_w \quad (28)$$

em que $s_i = (Y_i - B_i) / Y_w$.

A equação (28) diz-nos que o conteúdo de factores das exportações líquidas é igual ao excesso de oferta de factores. Se a procura de factores for menor que a sua oferta temos que as exportações líquidas desses factores serão positivas ($AT > 0$); no caso contrário temos $AT < 0$.

A equação (28) deriva-se a partir de (27), tendo em conta que

$$C_i = s_i Q_w \quad (29)$$

ou seja, devido à hipótese de preferências idênticas e homotéticas para todos os países, os consumidores consomem uma proporção igual de todos

os bens, s_i - o consumo é uma proporção constante da produção nacional e, por agregação, da produção mundial.

Assim temos:

$$A T_i = A (Q_i - C_i), \text{ multiplicámos ambos os membros de (27) por } A,$$

$$\begin{aligned}
&= A Q_i - A C_i \\
&= E_i - A s_i Q_w, \text{ atendendo a (26) e a (29),} \\
&= E_i - s_i E_w, \text{ atendendo a que, por agregação, } A Q_w = E_w,
\end{aligned}$$

Para calcular o escalar s_i calculamos o valor das exportações líquidas multiplicando o vector T pelo vector dos preços dos bens, ou seja:

$$\begin{aligned}
B_i &= P' T_i \\
&= P' A^{-1} (E_i - s_i E_w) \\
&= Y_i - s_i Y_w
\end{aligned}$$

de onde se tira,

$$s_i = (Y_i - B_i) / Y_w \quad (30)$$

$$\text{ou } s_i = Y_i / Y_w \quad (31)$$

se o comércio está equilibrado, ou seja, $B_i = 0$.

Se o número de bens é igual ao número de factores a matriz A é invertível e a partir de (28) temos $T_i = A^{-1} (E_i - s_i E_w)$. No entanto, ao passo que no modelo de base se verifica que não só o país abundante em capital é um exportador líquido dos serviços do capital como exporta o bem capital-intensivo - os vectores AT e T têm o mesmo sinal (Cf., Faustino 1989a, p. 9) - o mesmo não se passa quando $m = n > 2$. Conforme exemplo de Leamer e Bowen (1981), um país pode ser um exportador líquido dos serviços do capital e importar o bem capital-intensivo. Tudo depende da matriz A .

Quando o número de bens é superior ao número de factores a matriz A não pode ser invertida e não podemos calcular nem o vector da produção, $Q_i = A^{-1} E_i$, nem o vector das exportações líquidas, T_i : ambos são possíveis mas indeterminados. No entanto continua a ser possível calcular AT , que é compatível com diferentes valores de T , e saber quais os factores exportados em termos líquidos ($A_g T > 0$) e quais os importados em termos líquidos ($A_h T < 0$), bem como a intensidade factorial das exportações líquidas nos factores g e h ($A_g T / A_h T$).

Quando o número de bens é inferior ao número de factores o número de equações é superior ao número de incógnitas e não se pode determinar nem Q nem T . Há ainda uma complicação adicional: os preços dos factores não são independentes da oferta de factores e a matriz A altera-se quando se altera a dotação dos factores. A matriz A não será igual para todos os países e o teorema é posto em causa (Cf., Faustino 1989b, Anexo).

3 - Generalização do teorema de HO com base na lei da vantagem comparativa

Consideremos, de novo, a relação entre os preços relativos dos factores e dos bens - que sintetiza o teorema de Stolper-Samuelson - e que deduzimos já no Documento de Trabalho nº 1 (Ver Faustino 1989a, p. 17), ou seja,

$$\hat{w} - \hat{r} = (\hat{P}_1 - \hat{P}_2) / |\theta| \quad (32)$$

em que " $\hat{}$ " designa variação percentual, ou seja, $\hat{w} = dw/w$ e $|\theta| = \theta_{k2} - \theta_{k1} = \theta_{L1} - \theta_{L2}$ é o determinante da matriz dos coeficientes de distribuição, θ (Ver Faustino 1989a, pp. 10-17).

Seguindo o método de Ethier (1984), considere-se que w designa o vector n por 1 dos preços dos factores para o país A e r o vector n por 1 dos preços dos factores para o país B e dê-se o mesmo significado a P_1 e P_2 para os preços dos bens. Considere-se, ainda, que T^A designa o vector n por 1 das exportações líquidas para o país A (para B temos $T^B = - T^A$). Assim, temos:

$$(\hat{w} - \hat{r})' T^A |\theta| = (\hat{P}_1 - \hat{P}_2)' T^A \quad (33)$$

Como demonstrámos para o modelo de base (Ver Faustino 1989a) há uma correlação negativa entre os preços relativos autárquicos - vantagem comparativa - e as exportações líquidas. Generalizando, temos para o caso n -dimensional:

$$(\hat{P}_1 - \hat{P}_2)' T^A < 0 \quad (34)$$

$$(\hat{w} - \hat{r})' T^A |\theta| < 0 \quad (35)$$

A verificação de (35) depende da matriz θ , e logo da matriz dos coeficientes técnicos A ou $A(w)$, se considerarmos os coeficientes técnicos variáveis-e, neste caso, depende do vector dos preços dos factores

Verificando-se (34) e (35) temos uma correlação negativa entre preços relativos autárquicos dos bens e exportações líquidas e entre preços relativos autárquicos dos factores e exportações líquidas. Assim, *em média* cada país exporta os bens intensivos na utilização dos factores relativamente abundantes- os bens onde detém vantagens comparativas. Por isso, não é possível prever na base só dos preços autárquicos a exacta composição do comércio produto a produto - um país não exporta necessariamente todos os bens que são relativamente mais baratos que no estrangeiro - mas, *em média*, (o sinal da correlação é o mesmo do sinal da

covariância entre as duas variáveis e a covariância é uma média) preços autárquicos baixos estão associados a exportações e preços autárquicos elevados estão associados a importações.

Dixit e Norman (1980, pp. 95-96) apresentam um exemplo com três bens e três factores e provam : **(i)** que se verifica a *versão fraca* da Lei da Vantagem Comparativa - há uma correlação positiva entre importações líquidas e a diferença dos preços autárquicos ; **(ii)** que não se verifica a *versão forte* da Lei da Vantagem Comparativa - um dos países importa um dos bens em que detém vantagem comparativa.

Deardorff (1982) fez a generalização do teorema para qualquer número de bens, factores e países, com e sem igualização dos preços dos factores. Com base na teoria da vantagem comparativa em termos de correlação entre preços autárquicos e exportações líquidas, Deardorff generaliza o conceito de covariância para englobar três variáveis - exportações líquidas, intensidade factorial e abundância factorial - e prova que , *em média* , os países tendem a exportar os bens que utilizam intensivamente os seus factores relativamente abundantes. Assim, a proposição segundo a qual um país abundante em capital exporta o bem capital-intensivo - versão "commodity" do teorema - só pode ser generalizada em termos de correlação entre as variáveis, ou seja, só se verifica a versão fraca do teorema de HO.

Anexo 1 - O modelo original de Vanek

As hipóteses do modelo são as consideradas para o modelo de produção simples, mais a hipótese de igualização dos preços dos factores, da existência de n bens e factores e 2 países (o país considerado e o resto do mundo).

Definições (Utilizamos a mesma simbologia de Vanek):

X - vector n por 1 da dotação física de factores do país;
 x - vector n por 1 da dotação física de factores do resto do mundo;
 W - matriz diagonal n por n dos preços dos factores ;
 V - vector n por 1 do conteúdo de factores do produto mundial;
 Y - vector n por 1 do conteúdo de factores do produto nacional;
 J - vector n por 1 do conteúdo de factores do consumo nacional;
 T - vector n por 1 do conteúdo de factores das exportações líquidas do país;
 m - parâmetro que nos dá a relação entre o consumo nacional e o consumo mundial. Devido à hipótese de preferências idênticas e homotéticas assume-se que um país consome uma fracção constante de todos os bens e , logo, consome uma fracção constante dos serviços de todos os factores incorporados nos bens.

Ordenação da dotação relativa de factores, em termos físicos :

$$X_1/x_1 \quad X_2/x_2 \quad \dots \quad X_n/x_n \quad (1)$$

Equações do modelo :

$$V = W (X + x) \quad (2)$$

$$Y = W X \quad (3)$$

$$J = m V \quad (4)$$

$$T = Y - J = W X - m V \quad (5)$$

Considerando, como condição de equilíbrio, que as exportações líquidas dos serviços de todos os factores têm saldo nulo, temos:

$$T' I = 0 \quad (6)$$

em que I é um vector unitário n por 1.

A solução do sistema (6) fornece um único valor para m que é o ponto de equilíbrio. Para esse valor confirma-se que o país considerado é um exportador líquido dos serviços dos seus factores relativamente abundantes e um importador líquido dos serviços dos seus factores relativamente escassos, ou seja, a ordenação dada pelo conteúdo do comércio em termos de factores (sinal positivo para os factores relativamente abundantes e sinal negativo para os factores relativamente escassos) duplica a ordenação estabelecida segundo a abundância relativa de factores.

Vanek faz a interpretação geométrica do teorema de HO para o caso de dois factores. Assim, para o factor j temos a partir de (5):

$$\begin{aligned} T_j &= W_j X_j - m V_j \\ &= W_j X_j - m W_j (X_j + x_j) \\ &= W_j [X_j - m (X_j + x_j)] \end{aligned} \quad (7)$$

Fazendo o estudo desta função, $T_j = F(m)$, temos:

para $m = 0$, vem $T_j = W_j X_j = Y_j$
 para $T_j = 0$, vem $m_j = X_j / (X_j + x_j) = 1 / [1 + (x_j/X_j)]$
 para $m = 1$, vem $T_j = - W_j x_j$
 a inclinação da recta T_j é dada por $W_j (X_j + x_j) = V_j$.

Consideremos agora um outro factor, o factor i, e que na relação (1) temos $i > j$, ou seja, $X_i/x_i > X_j/x_j$ - o país é relativamente abundante no factor j. Logo espera-se que exporte os serviços do factor j e importe os do factor i. Deste modo a recta T_i deve interceptar o eixo dos mm antes do ponto m_j , ou seja $m_i < m_j$: para qualquer valor de m: $m_i < m < m_j$ temos sempre $T_i < 0 < T_j$. Geometricamente,

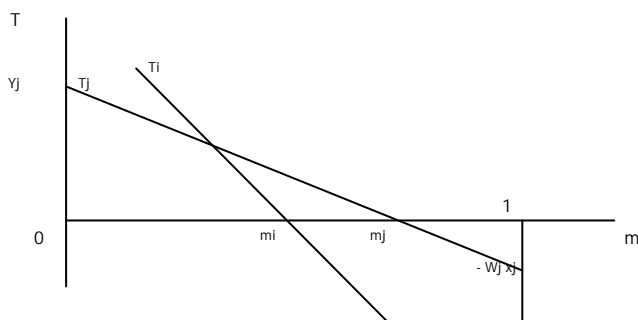


Fig. 1 - O teorema de HO no modelo de Vanek

Como $m_j = 1 / [1 + (x_j / X_j)]$, $m_i = 1 / [1 + (x_i / X_i)]$ e $m_i < m_j$, temos sempre $X_i/x_i > X_j/x_j$, ou seja, o país é relativamente abundante no factor j . A demonstração podia ter sido feita de forma inversa, também. Assim, partindo da situação concreta de $X_i/x_i > X_j/x_j$, chegamos à condição de $m_i < m_j$ e logo $T_i < 0 < T_j$, para todo o m compreendido entre m_i e m_j .

A partir da relação (6) nós obtemos a solução de equilíbrio, m , que estará compreendida entre m_i e m_j . A solução de equilíbrio permite afirmar que o país é um importador líquido dos serviços de alguns factores (os factores relativamente escassos nesse país) e um exportador líquido dos serviços de outros factores (os factores relativamente abundantes nesse país).

Se, como Horiba (1974), fizéssemos $y = W x$ para designar o conteúdo em factores do produto do Resto do Mundo podíamos apresentar a ordenação (1) da seguinte forma:

$$Y_1/y_1 \quad Y_2/y_2 \quad \dots \quad Y_n/y_n \quad (1)$$

Atendendo a que quando $m = 1$ vem $T_j = -W_j x_j$ podemos obter facilmente os valores de Y e y ao longo dos dois eixos verticais da representação geométrica, conforme a figura 2.

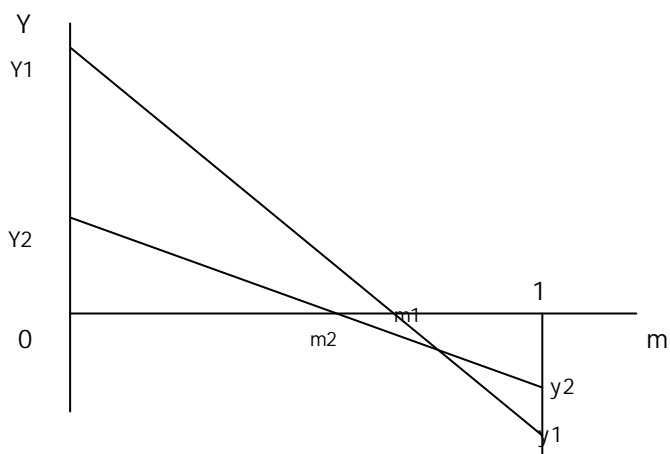


Fig. 2 - A interpretação geométrica do teorema de HO apresentada por Horiba

Anexo 2- O modelo de Vanek utilizando a simbologia de Leamer

Hipóteses : são as mesmas do modelo original

Definições :

E - vector m por 1 da dotação física de factores do país;

E_{rw} - vector m por 1 da dotação física de factores do resto do mundo;

$E_w = E + E_{rw}$ - vector m por 1 da dotação física de factores do mundo;

W - matriz diagonal m por m dos preços dos m factores;

Q - vector n por 1 dos bens produzidos no país;

Q_{rw} - vector n por 1 dos bens produzidos no resto do mundo;

$Q_w = Q + Q_{rw}$ - vector n por 1 dos bens produzidos a nível mundial;

A - matriz m por n dos coeficientes técnicos, que é igual para todos os países;

T - vector n por 1 das exportações líquidas do país, em quantidade;

C - vector n por 1 do consumo do país;

E^* - vector m por 1 da dotação de factores do país, em valor;

E_{rw}^* - vector m por 1 da dotação de factores do resto do mundo, em valor;

$E_w^* = E^* + E_{rw}^*$ - vector m por 1 da dotação mundial de factores, em valor;

Q^* - vector n por 1 dos bens produzidos no país, em valor;

Q_{rw}^* - vector n por 1 dos bens produzidos no resto do mundo, em valor;

$Q_w^* = Q^* + Q_{rw}^*$ - vector n por 1 dos bens produzidos no mundo, em valor;

C^* - vector n por 1 do consumo do país, em valor;

F - vector n por 1 das exportações líquidas dos serviços dos factores do país, em valor;

s - parâmetro que nos dá a relação entre o consumo nacional e o consumo mundial de todos os bens.

Equações do modelo :

$$E = A Q \quad (1)$$

ou seja, a oferta é igual à procura de factores a nível do país;

$$E_w = A (Q + Q_{rw}) = A Q_w \quad (2)$$

ou seja, a oferta é igual à procura de factores a nível mundial;

$$E^* = W E \quad (3)$$

$$E_w^* = W E_w \quad (4)$$

$$C = s Q_w \quad (5)$$

ou seja, o consumo é uma fracção constante da produção de todos os bens e, por agregação, da produção mundial;

$$W A C = s W A Q_w \quad (6)$$

ou seja, o conteúdo de factores do consumo do país é uma fracção constante do conteúdo de factores do consumo (produto) mundial;

$$T = Q - C \quad (7)$$

ou seja, a produção que não é consumida é exportada;

$$A T = A Q - A C \quad (8)$$

em que $A T$ nos dá o conteúdo de factores das exportações líquidas, em termos físicos.

Utilizando, agora, as equações (1), (2) e (5) temos:

$$\begin{aligned} A T &= E - s A Q_w \\ &= E - s E_w \end{aligned} \quad (9)$$

ou seja, o conteúdo de factores das exportações líquidas é igual ao excesso da oferta física de factores.

Em termos de conteúdo de factores do comércio em valor basta multiplicar a relação (9) pela matriz W . Assim vem:

$$\begin{aligned} W A T &= W E - s W E_w \\ \text{ou} \\ F &= E^* - s E_w^* \end{aligned} \quad (10)$$

Se considerarmos que as exportações líquidas de todos os factores se equilibram, temos:

$$F' I = 0 \quad (11)$$

em que I é um vector unitário n por 1 .

A solução do sistema (11) dá-nos o valor de s de equilíbrio.

Cadeia da dotação relativa de factores :

Se, como Vanek, considerarmos a seguinte ordenação da dotação relativa de factores em termos físicos,

$$E_1/E_{w1} \quad E_2/E_{w2} \quad \dots \quad E_n/E_{wn} \quad (12)$$

e se tivermos em conta que a partir de (9) temos,

$$A T > 0 \Leftrightarrow E - s E_w > 0 \Leftrightarrow E/E_w > s$$

e $A T < 0 \Leftrightarrow E/E_w < s$

é fácil concluir que o país será um exportador líquido dos serviços dos factores que na cadeia (12) estejam à esquerda de s e um importador líquido dos serviços dos factores que na cadeia estejam à direita de s .

Como $E_i/E_{w_i} > s > E_j/E_{w_j}$ significa que os factores $i = 1, 2, \dots, h$ são abundantes no país relativamente aos factores $j = h+1, \dots, n$, então o país exporta os serviços dos seus factores relativamente abundantes e importa os serviços dos seus factores relativamente escassos. Assim a cadeia E_i/E_{w_i} , com $i = 1, 2, \dots, n$, duplica a cadeia dada por $A_i T$.

BIBLIOGRAFIA

BERTRAND, Trent,(1972), "An Extension of the N-Factor Case of Factor Proportions Theory", *Kyklos*, Vol. 25, pp. 592-596.

BHAGWATI, J.,(1972),"The Heckscher-Ohlin Theorem in the Multi-Commodity Case",*Journal of Political Economy*,Vol.80, pp. 1052-1055.

BRECHER, R., and CHOUDRI, E.,(1982), "The Factor Content of International Trade without Factor-Price Equalisation", *Journal of International Economics*, Vol.12, pp. 277-284.

CHIPMAN, J.,(1969), "Factor Price Equalisation and the Stolper-Samuenson Theorem", *International Economic Review*, Vol. 10, pp.399-406.

DEARDORFF, A.,(1979), "Weak Links in the Chain of Comparative Advantage", *Journal of International Economics* ,Vol.9, pp.197-209.

DEARDORFF, A.,(1980), "The General Validity of the Law of Comparative Advantage", *Journal of Political Economy* , Vol. 88, pp. 941-957.

DEARDORFF, A.,(1982), "The General Validity of the Heckscher-Ohlin Theorem", *American Economic Review*, Vol. 72, pp. 683-694.

DEARDORFF, A.,(1984), "Testing trade Theories and Predicting Trade Flows" in R. Jones and P. Kenen (eds), op. cit., pp. 468-517.

DIXIT, A., and NORMAN, V.,(1980), *The Theory of International Trade: A Dual, General Equilibrium Approach* , Cambridge University Press, pp. x+339.

DIXIT, A., and WOODLAND, A.,(1982), "The Relationship between Factor Endowments and Commodity Trade", *Journal of International Economics*, Vol.13, pp. 201-214.

ETHIER, W., (1984), "Higher Dimensional Issues in Trade Theory", in R. Jones and P. Kenen(eds), op. cit., pp. 131-184.

FAUSTINO, H.,(1989a), *O Modelo de Base de Heckscher-Ohlin e os Principais Teoremas* , CEDEP, ISE, Documento de Trabalho Nº 1, pp. 48.

FAUSTINO, H.,(1989b), *O Modelo dos Factores Específicos e os Teoremas de Base do Comércio Internacional* , CEDEP, ISE, Documento de Trabalho Nº 2, pp.30.

GALE, D., and NIKAIIDO, H.,(1965), "The jacobian Matrix and Global Univalence of Mappings", *Mathematische Annalen* , Vol.159, pp. 81-93.

HORIBA, Y.,(1971), "A Note on the Factor Proportions Theory in the N-Factor Case" , *Kiklos* , Vol. 24, pp.339-343.

HORIBA, Y.,(1974), "General Equilibrium and the Heckscher-Ohlin Theory of Trade:The Multi-Country Case" , *International Economic Review* , Vol. 15, pp.440-449.

INADA, K-I.,"The Production Coefficient Matrix and the Stolper-Samuelson Condition" . *Econometrica* , Vol.39, pp. 219-239.

JONES, R.,(1956-57),"Factor Proportions and the Hechscher-Ohlin Theorem",*Review of Economics Studies* ,Vol. 24, pp.1-10.

JONES, R., and **SCHEINKMAN, J.**,(1977),"The Relevance of the Two-Sector Production Model in Trade Theory", *Journal of Political Economy* , Vol. 85, pp.909-935.

JONES, R.,and **EASTON, S.**,(1983),"Factor Intensities and Factor Substitution in General Equilibrium", *Journal of International Economics* ,Vol. 15, pp. 65-100.

JONES, R., and **KENEN, P.**,(eds),(1984),*Handbook of International Economics*, North-Holland, Vol. 1,pp.xxi+623.

LEAMER, E.,"The Leontief Paradox, Reconsidered ", *Journal of Political Economy* ,Vol. 88, pp.495-503.

LEAMER, E. and **BOWEN, H.**,(1981),"Cross-Section Tests of the Heckscher-Ohlin Theorem: Comment ", *American Economic Review* , Vol.71, pp. 1040-1043.

SAMUELSON, P.,(1953-54),"Prices of Factors and Goods in General Equilibrium" *Review of Economic Studies* ,Vol.21, pp.1-20.

UEKAWA, Y.,(1971), "Generalization of the Stolper-Samuelson Theorem", *Econometrica* , Vol. 39, pp.197-218.

UEKAWA, Y., **KEMP, M.** and **WEGGE, L.**,(1973),"P and PN Matrices, Minkowski and Metzler Matrices, and Generalizations of the Stolper-Samuelson and Samuelson-Rybczynski Theorems", *Journal of International Economics* , Vol. 3, pp. 53-76.

VANEK, J.,(1968),"The Factor Proportions Theory: The N-Factor Case"*Kyklos* Vol. 21(4), pp. 749-756.